

Rechthoeken bij een kwartcirkel

15 maximumscore 5

- $V(t) = \frac{1}{2} \sin t \cdot (1 + \cos t)$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- $W(t) = \frac{1}{2} \sin t \cdot (1 - \cos t)$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- $V(t) = 3 \cdot W(t)$ als $1 + \cos t = 3 - 3 \cos t$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- Dus $\cos t = \frac{1}{2}$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- Het antwoord: $t = \frac{1}{3}\pi$ 1

16 maximumscore 4

- Aangetoond moet worden dat $\frac{\frac{1}{2}(1 + \cos t)}{\sin t} = \frac{\frac{1}{2} \sin t}{1 - \cos t}$ (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- Dit is (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) gelijkwaardig met $(1 + \cos t)(1 - \cos t) = \sin^2 t$ 1
- Dit is gelijkwaardig met $1 - \cos^2 t = \sin^2 t$ 1
- Dit is waar voor elke waarde van t (omdat $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

17 maximumscore 7

- $\frac{ON}{OQ} = \frac{RA}{RS}$ geeft $\frac{\frac{1}{2}(1 + \cos t)}{\sin t} = \frac{1 - \cos t}{\frac{1}{2}\sin t}$ 1
- Hieruit volgt $1 + \cos t = 4(1 - \cos t)$ 2
- Dus $\cos t = \frac{3}{5}$ 2
- De zijde van vierkant $ONPQ$ is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant $ATSR$ is $\frac{2}{5}$ 2

of

- Beide rechthoeken zijn vierkant als $\sin t = \frac{1}{2}(1 + \cos t)$ en $\frac{1}{2}\sin t = 1 - \cos t$ 2
- Hieruit kan $\sin t$ berekend worden door $\cos t$ te elimineren (of: hieruit kan $\cos t$ berekend worden door $\sin t$ te elimineren) 1
- Elimineren van $\cos t$ geeft $\sin t = \frac{4}{5}$ (of: elimineren van $\sin t$ geeft $\cos t = \frac{3}{5}$) 2
- De zijde van vierkant $ONPQ$ is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant $ATSR$ is $\frac{2}{5}$ 2

of

- Rechthoek $ATSR$ is vierkant als $\frac{1}{2}\sin t = 1 - \cos t$ 1
- Hieruit volgt (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$): $\frac{1}{2}\sqrt{1 - \cos^2 t} = 1 - \cos t$ 1
- Kwadrateren en uitwerken geeft $5\cos^2 t - 8\cos t + 3 = 0$ 2
- Dus $\cos t = \frac{3}{5}$ (want $\cos t = 1$ vervalt vanwege $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- De zijde van vierkant $ONPQ$ is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant $ATSR$ is $\frac{2}{5}$ 2

of

- Rechthoek $ONPQ$ is vierkant als $\sin t = \frac{1}{2}(1 + \cos t)$ 1
- Hieruit volgt (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$): $2\sin t - 1 = \sqrt{1 - \sin^2 t}$ 2
- Kwadrateren en uitwerken geeft $5\sin^2 t - 4\sin t = 0$ 1
- Dus $\sin t = \frac{4}{5}$ (want $\sin t = 0$ vervalt vanwege $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- De zijde van vierkant $ONPQ$ is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant $ATSR$ is $\frac{2}{5}$ 2